

Colegiul Național “Dr. Ioan Meșotă”

Testare la matematică – Clasa a 9-a – 1.09.2026

Barem

1. (1p) Utilizând metoda inducției matematice, demonstrați egalitatea:

$$1 \cdot 7 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 13 + \dots + n \cdot (3n + 4) = \frac{n(n+1)(2n+5)}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Verificare pentru $n = 1$0,2p

Pasul inductiv.....0,8p

2. (1p) În progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ știm relația: $2 \cdot a_7 + 5 \cdot a_{11} - 3 \cdot a_5 = 12$. Calculați $S_{26} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{26}$.

$$2 \cdot a_1 + 25 \cdot r = 6 \dots\dots\dots 0,5p$$

$$S_{26} = 78 \dots\dots\dots 0,5p$$

3. (3p) Fie funcțiile $f_m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_m(x) = x^2 + (m - 1) \cdot x + 4$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 3$.

a) Rezolvați inecuația $\frac{x^2 + g(x)}{f_6(x)} \leq 1$.

b) Determinați numerele reale m pentru care $f_m(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

c) Determinați numerele reale m pentru care reprezentările geometrice ale graficelor funcțiilor f_m și g se intersectează în două puncte distincte.

a) $\frac{-4x-1}{x^2+5x+4} \leq 0 \dots\dots\dots 0,5p$

$$x \in (-4, -1) \cup \left[-\frac{1}{4}, \infty\right) \dots\dots\dots 0,5p$$

b) $\Delta = m^2 - 2m - 15 \leq 0 \dots\dots\dots 0,5p$

$$m \in [-3, 5] \dots\dots\dots 0,5p$$

c) $f_m(x) = g(x), x^2 + (m - 2) \cdot x + 1 = 0 \dots\dots\dots 0,5p$

$$\Delta = m^2 - 4m > 0, m \in (-\infty, 0) \cup (4, \infty) \dots\dots\dots 0,5p$$

4. (2p) Considerăm vectorii $\vec{v}_1 = 3\vec{i} - 7\vec{j}$, $\vec{v}_2 = a\vec{i} + b\vec{j}$, unde $a, b \in \mathbb{Z}$.
- a) Determinați pentru câte perechi (a, b) , în care a și b sunt numere întregi de trei cifre, $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$ sunt coliniari.
- b) Pentru $b = 1$, determinați valorile întregi ale lui a pentru care $|\vec{v}_1 + \vec{v}_2| \leq 7$.
- a) $a = 3k, b = -7k, k \in \mathbb{Z}$ 0,5p
 $34 \leq |k| \leq 142$, deci sunt 218 perechi0,5p
- b) $a^2 + 6a - 4 \leq 0$ 0,5p
 a poate fi $-6, -5, -4, -3, -2, -1$ sau 0 0,5p

5. (2p) Fie $x \in (90^\circ, 180^\circ)$ astfel încât $\sin x = \frac{4}{5}$. Calculați:

a) $\sin 2x$; b) $\cos(2025^\circ + x)$.

a) $\cos x = -\frac{3}{5}$ 0,5p

$\sin 2x = -\frac{24}{25}$ 0,5p

b) $\sin 2025^\circ = \cos 2025^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 0,5p

$\cos(2025^\circ + x) = \frac{7\sqrt{2}}{10}$ 0,5p